

Een derde cirkel

Gegeven zijn de cirkels c_1 en c_2 . Cirkel c_1 heeft middelpunt $M_1(-2,0)$ en straal 2. Cirkel c_2 heeft middelpunt $M_2(6,0)$ en straal 6.

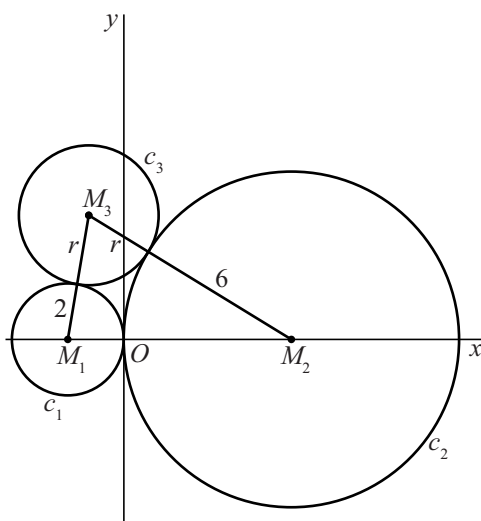
Voor elke positieve waarde van r is er één cirkel c_3 met middelpunt M_3 en straal r zó dat geldt:

- M_3 ligt boven de x -as;
- c_3 raakt aan cirkel c_1 én aan cirkel c_2 .

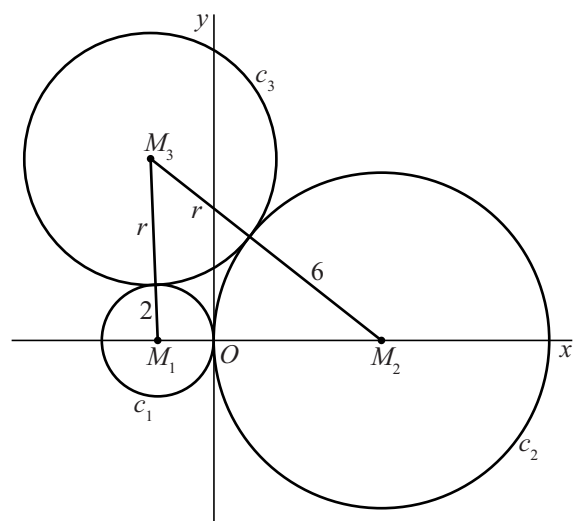
In figuur 1 is de situatie getekend voor $r = 2\frac{1}{2}$ en in figuur 2 voor $r = 4\frac{1}{2}$.

Verder is in beide figuren driehoek $M_1M_2M_3$ getekend.

figuur 1 $r = 2\frac{1}{2}$



figuur 2 $r = 4\frac{1}{2}$



De grootte van $\angle M_1M_2M_3$ is afhankelijk van r : voor elke waarde van r geldt:

$$\cos(\angle M_1M_2M_3) = \frac{r+12}{2r+12}$$

4p 3 Bewijs de juistheid van deze formule.

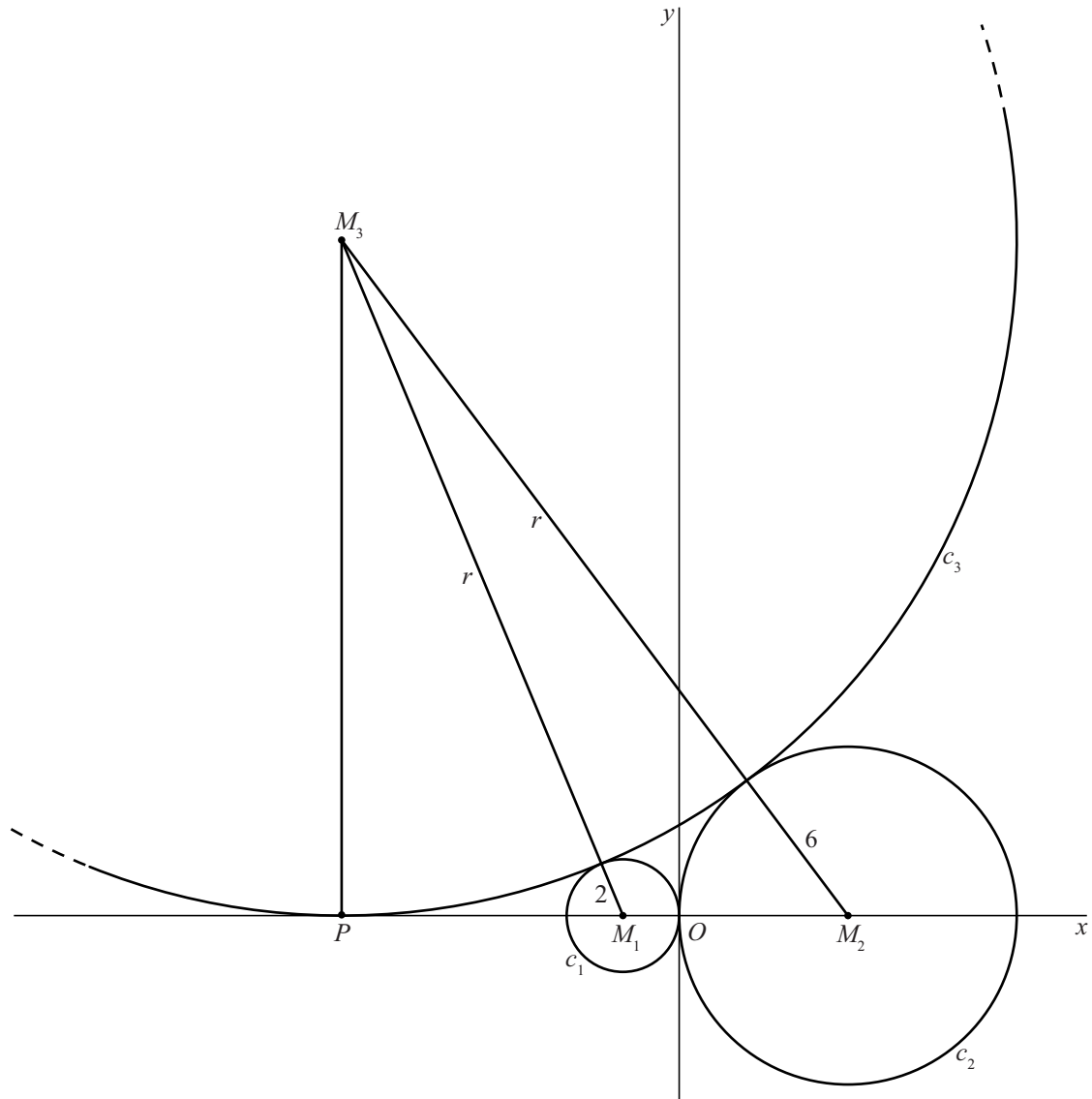
Als r onbegrensd toeneemt, nadert de grootte van $\angle M_1M_2M_3$ tot een limiet.

3p 4 Bereken exact deze limiet in graden.

Er is één waarde van r waarvoor c_3 niet alleen raakt aan c_1 en c_2 , maar ook aan de x -as. In figuur 3 is deze situatie weergegeven, waarbij cirkel c_3 voor een deel is getekend.

Cirkel c_3 raakt de x -as in punt P .

figuur 3



6p 5 Bereken exact de waarde van r in deze situatie.